TI Übung 10.10.24

Tipp Serie 3, Aufgabe 7: Nicht $\lim_{n\to\infty} \frac{\mathrm{Prim}(n)}{n/\ln n} = 1$ benutzen, sondern:

$$\forall n > 67: \quad \mathrm{Prim}(n) < \frac{n}{\ln - \frac{3}{2}}$$

Wer es doch mit $\lim_{n\to\infty} \frac{\mathrm{Prim}(n)}{n/\ln n} = 1$ machen will:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\mathrm{Prim}(n)}{n/\ln n} = 1 \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0\ \exists N \in \mathbb{N}: \forall n \geq N: \underbrace{\left| \frac{\mathrm{Prim}(n)}{n/\ln n} - 1 \right| < \varepsilon}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{Prim}(n)}{n/\ln n} < 1 + \varepsilon$$

$$\Rightarrow \mathrm{Prim}(n) < (1+\varepsilon)\frac{n}{\ln n}$$

$$\underset{\varepsilon=1}{\Longrightarrow} \exists N \in \mathbb{N}: \underbrace{\forall n \geq N: \ \mathrm{Prim}(n) < 2\frac{n}{\ln n}}$$

Für $n = p_m$ (m-te Primzahl): $\forall m \geq N: \quad m = \mathrm{Prim}(p_m) < 2\frac{p_m}{\ln p_m}$

$$\Rightarrow K(p_m) \leq \ldots$$

Besprechung Serie 2:

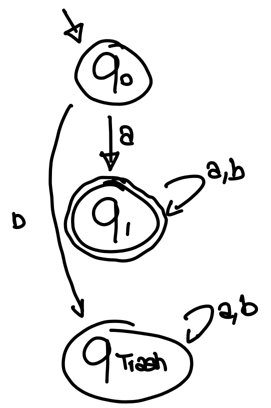
Aus Aufgabe 6 folgt, dass $K: \{0,1\}^* \to \mathbb{N}$, $w \mapsto$ Kolmogorov Kompl. von w nicht berechenbar ist.

Endliche Automaten

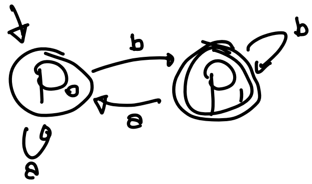
Produktautomat: $L = \{ w \in \{a,b\}^* : w \text{ beginnt mit } a \text{ oder endet mit } b \}$

$$= \underbrace{\{ w \in \{a,b\}^* : w \text{ beginnt mit } a \}}_{=: L_1} \cup \underbrace{\{ w \in \{a,b\}^* : w \text{ endet mit } b \}}_{=: L_2}$$

EA M_1 mit $L(M_1)=L_1$:

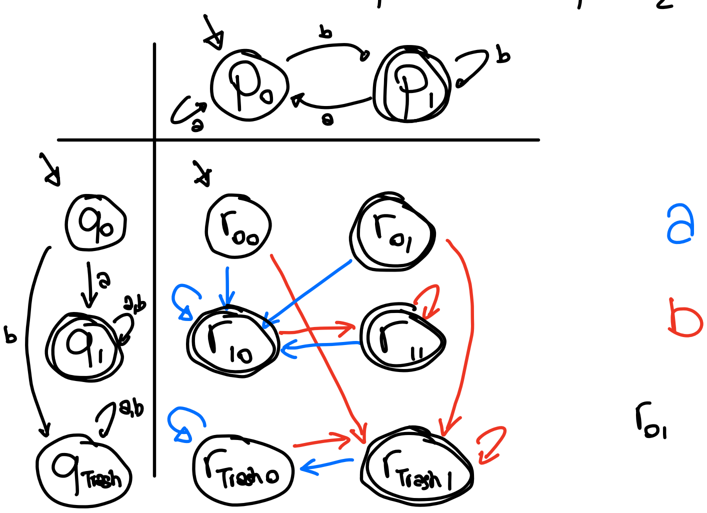


EA M_2 für L_2:



$Kl[q_0]=\{\lambda\}$, $Kl[q_1]=L_1$, $Kl[q_2]=\{a,b\}^*-L_1-\{\lambda\}$

Produkt EA für $L=L_1\cup L_2$:



r_{01} könnte weggelassen werden.

<u>Nichtregularität</u>

Zeige, dass $L=\{0^n1^{k\cdot n} \mid k,n\in\mathbb{N}\}$ nicht regulär ist.

<u>Bew.</u> Angenommen $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ sei EA mit $L(M)=L$.

Betrachte die Wörter 0^i für $1\leq i\leq |Q|+1$

$\underset{\text{Schubfachprinzip}}{\exists}\ i<j:\ \hat{\delta}(q_0,0^i)=\hat{\delta}(q_0,0^j)$

$\underset{\text{Lemma 3.3}}{\Longrightarrow} \forall z\in\Sigma_{bool}^*: 0^iz\in L \Longleftrightarrow 0^jz\in L$

$\underset{\text{insbesondere}}{\Longrightarrow} \underbrace{0^i1^i\in L}_{\text{wahr}} \Longleftrightarrow \underbrace{0^j1^i\in L}_{\text{falsch}}$ ↯